

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**EQUIPAMENTO PARA SUPORTE À ALIMENTAÇÃO DE PESSOAS COM**  
**DEFICIÊNCIA DOS MEMBROS SUPERIORES**

Lucas Scarparo Pugliese Pereira Lima

**São Paulo**  
**2017**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**EQUIPAMENTO PARA SUPORTE À ALIMENTAÇÃO DE PESSOAS COM**  
**DEFICIÊNCIA DOS MEMBROS SUPERIORES**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em Engenharia

Lucas Scarparo Pugliese Pereira Lima

Orientador: Prof. Dr. Agenor Fleury

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

**São Paulo**  
**2017**

### Catlogação-na-publicação

Scarpato P. P. Lima, Lucas  
EQUIPAMENTO PARA SUPORTE À ALIMENTAÇÃO DE PESSOAS COM  
DEFICIÊNCIA DOS MEMBROS SUPERIORES / L. Scarpato Pugliese Pereira Lima – São  
Paulo, 2017.  
24 p.

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departa-  
mento de Engenharia Mecânica.

1. Modelagem. 2. Controle. 3. Alimentador. 4. Acessibilidade I. Universidade de São  
Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.

## RESUMO

Neste trabalho procura-se modelar e controlar um sistema de alimentação para auxiliar pessoas com deficiência nos membros superiores. O mecanismo escolhido é composto por três juntas rotativas e pode ser construído com um investimento relativamente baixo, quando comparado aos concorrentes disponíveis no mercado. O sistema de controle ainda não está desenvolvido nesta etapa, porém consistirá de um seguidor de referência com o objetivo de realizar a melhor trajetória para que a comida não caia no caminho entre o prato e o usuário.

**Palavras-chave:** *Modelagem. Controle. Alimentador. Acessibilidade*

## ABSTRACT

This paper studies the modeling and the control system of a robotic feeder for people with upper limb disabilities. The chosen mechanism is made of three rotative joints and can be built with significantly less money than the alternatives already in the market. The control system isn't ready at this stage of the project, but will be developed to minimize the food spilling between the plate and the user's mouth.

**Keywords:** *Modeling. Control. Assistive. Accessibility.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mealtine Partners Assistive Dining Device . . . . .	12
Figura 2 – Therafin Corporation Neater Eater . . . . .	13
Figura 3 – Secom My Spoon . . . . .	14
Figura 4 – Representação esquemática do Mecanismo 1 . . . . .	15
Figura 5 – Representação esquemática do Mecanismo 2 . . . . .	16
Figura 6 – Representação esquemática 3D do Mecanismo 3 . . . . .	17
Figura 7 – Representação esquemática no plano XZ do Mecanismo 3 . . . . .	17
Figura 8 – Representação esquemática de um pêndulo duplo . . . . .	19

# SUMÁRIO

RESUMO . . . . .	
ABSTRACT . . . . .	
LISTA DE FIGURAS . . . . .	
1	INTRODUÇÃO . . . . . 8
2	OBJETIVO . . . . . 9
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . . 10
3.1	Método da Alocação de Polos do Sistema . . . . . 10
3.2	Controle Linear Quadrático . . . . . 11
4	ESTADO DA ARTE . . . . . 12
4.1	Mealtime Partners Assistive Dining Device . . . . . 12
4.2	Therafin Corporation Neater Eater . . . . . 13
4.3	Secom My Spoon . . . . . 14
5	PROPOSTAS DE SOLUÇÕES . . . . . 15
5.1	Mecanismo 1 . . . . . 15
5.2	Mecanismo 2 . . . . . 16
5.3	Mecanismo 3 . . . . . 17
6	MODELAGEM MATEMÁTICA . . . . . 18
6.1	O princípio do trabalho virtual para uma partícula . . . . . 18
6.2	O princípio do trabalho virtual para N partículas . . . . . 18
6.3	Equações de Lagrange . . . . . 21
6.4	Modelagem da solução escolhida . . . . . 21
6.4.1	Cinemática direta . . . . . 21
6.4.2	Cinemática inversa . . . . . 22
6.4.3	Equações de movimento . . . . . 22
7	CONCLUSÕES E PRÓXIMAS ETAPAS . . . . . 23
	REFERÊNCIAS . . . . . 24

# 1 INTRODUÇÃO

Dispositivos de auxílio robóticos estão sendo cada vez mais usados para aumentar a qualidade de vida de pessoas com deficiências, assim como o número de pessoas que poderiam ter sua vida facilitada através desse tipo de auxílio também aumenta a cada ano. Conclui-se que o mercado em potencial para equipamentos auxiliares robóticos que visam auxiliar pessoas com deficiências ou dificuldades é grande e parcialmente inexplorado, visto que os aparelhos comerciais para esse tipo de função ainda são pouco numerosos e bastante onerosos, além disso, a tecnologia de controle para esse tipo de equipamento de auxílio ainda pode ter sua performance melhorada.

A motivação para o tema estudado se encontra no fato de ser um projeto com possibilidade de impacto social, principalmente para as pessoas com baixa renda, que não tem condições de comprar um dos equipamento já existentes que oferecem essa função.

Inicialmente serão apresentados as principais partes que compõem o equipamento, um modelo físico representativo do sistema, assim como um modelo matemático para descrever o comportamento do aparato, juntamente com as respectivas hipóteses simplificadoras necessárias.

Após a obtenção do modelo físico, é possível realizar a simulação em um programa como o Scilab ou o Matlab e começar a implementação de um sistema de controle para o equipamento.

O equipamento consiste, a priori, em um braço robótico que terá a função de coletar o alimento do prato e levá-lo até um ponto próximo o suficiente da boca do usuário para que o mesmo seja capaz de alcançar o alimento. Para que a ação seja repetida, serão propostas e estudadas algumas possibilidades, tais como comando por voz, sensores de distância e pressão, além de botões que sejam acessíveis ao usuário.<sup>1</sup>

O enfoque do projeto será principalmente na modelagem e no sistema de controle do aparato, mas serão discutidas também questões construtivas e suas possíveis implicações na performance e na viabilidade do equipamento.



## 2 OBJETIVO

O propósito do presente trabalho é projetar um sistema de suporte à alimentação de pessoas com deficiências nos membros superiores. O intuito é que seja necessária o auxílio de terceiros apenas para a montagem do equipamento e a partir disso seja permitido ao usuário realizar o processo de alimentação por conta própria.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A partir dos modelos físico e matemático adotados, será feita uma rotina em um programa de simulação, Scilab ou Matlab, para a integração das equações de modo a obter o comportamento de nossas variáveis de estudo (as saídas), nos domínios do tempo e da frequência, bem como diversas informações sobre o sistema, como seu polinômio característicos, polos e estabilidade.

Feita a determinação do modelo matemático, o sistema pode ser representado no espaço de estados, na seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.1)$$

#### 3.1 Método da Alocação de Polos do Sistema

Falando em Controle Moderno, um dos métodos que pode ser aplicado a fim de controlar o sistema em malha fechada é o da alocação de polos. Todos os polos são alterados para otimizar a dinâmica do sistema, porém, isso só pode ser feito se o sistema se mostrar controlável.

Admitindo a regulação do sistema como:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.2)$$

$$u = -kx \text{ (Lei de controle)} \quad (3.3)$$

$$\dot{x} = (a - Bk)x \quad k: \text{matriz (vetor) de ganhos de controle} \quad (3.4)$$

$$\text{Adotando: } A - Bk = F$$

$$\dot{x} = Fx \quad (3.5)$$

$$sX - X_0 = FX \quad (3.6)$$

$$x = (sI - F)^{-1}x_0 \quad (3.7)$$

Equação característica:

$$|sI - A + Bk| = 0 \quad \text{Sistema controlado} \quad (3.8)$$

$$|sI - A| = 0 \quad \text{Sistema sem controle} \quad (3.9)$$

A escolha dos polos é um critério de projeto e varia de acordo com a necessidade específica do caso em questão, pode-se regular a oscilação do sistema, o pico e a velocidade de estabilização.(FLEURY, 2004)

Supondo polos  $p_i$  com  $i=1,2,3,\dots,n$ , sendo  $n$  a ordem da matriz  $A$ , a equação característica para os polos escolhidos seria  $\prod_1^n (s - p_i) = 0$ . Que corresponde a  $|sI - A + Bk| = 0$ . Igualando essas duas equações podemos encontrar o valor de  $k$ .

### 3.2 Controle Linear Quadrático

O método chamado de Linear Quadrático (LQ) faz parte do controle ótimo e através dele é possível ponderar entre o consumo energético do sistema e a precisão da resposta.

O regulador é da forma  $u = -kx$ , onde  $k$  é determinado pelo procedimento LQ.

O índice de desempenho quadrático é definido como:

$$J = \int_0^{t_f} (x^T + Qx + u^T + Ru)dt \quad (3.10)$$

onde  $Q$  e  $R$  são as matrizes de ponderação.

Utilizando a Equação Algébrica de Riccati:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.11)$$

O regulador pode ser expresso como§

$$u = (-R^{-1}B^T P)x \quad (3.12)$$

O ganho de controle procurado é:

$$k = (-R^{-1}B^T P) \quad \text{sendo } P \text{ a solução da Equação de Riccati} \quad (3.13)$$

O comando do Scilab utilizado para resolução é:  $\text{ricc}(A, BRB^T, Q)$

## 4 ESTADO DA ARTE

Atualmente existem produtos que oferecem a funcionalidade desejada nesse trabalho, porém possuem características diferentes, desde o modo de operação até o preço. Neste capítulo serão apresentados alguns dos produtos e suas características.

### 4.1 Mealttime Partners Assistive Dining Device



Figura 1 – Mealttime Partners Assistive Dining Device

Fonte: (MEALTIME..., 2016)

Esse produto é um alimentador feito para possibilitar que indivíduos com deficiências nos membros superiores possam se alimentar sem a utilização dos braços. O dispositivo tem tigelas rotativas, uma colher mecânica e um braço de posicionamento.

Três modos de operação estão disponíveis: Totalmente automático, com um interruptor ou com dois interruptores.

No modo de interruptor único, apertar o botão para a rotação da tigela e começa o processo de servir a comida. Depois que o usuário pegar a comida ou apertar o botão novamente, a colher retrai e a tigela começa o padrão de coleta da comida novamente. Esse modo requer um esforço mínimo do usuário e oferece acesso mais rápido à comida, quando comparado ao modo completamente automático.

No modo de dois interruptores, um deles controla a seleção do alimento enquanto o outro controla o movimento da colher.

O equipamento é energizado por uma bateria recarregável e dura até três refeições principais e três refeições secundárias antes de precisar ser recarregado. A recarga dura no máximo 4,5 horas. O peso é de menos de 6.8kg, incluindo o braço.

O dispositivo tem um custo de 8345,00 USD

#### 4.2 Therafin Corporation Neater Eater



Figura 2 – Therafin Corporation Neater Eater

Fonte: (NEATER. . . , 2016)

O Neater Eater é designado para o uso de indivíduos com deficiências físicas que tornam a auto-alimentação difícil. O braço de alimentação pode ser programado para que a colher pegue a comida do prato e leve até a boca do usuário.

O sistema dispõe de diferentes tipos de ciclo para a alimentação, sendo que a colher pode ser controlada de quatro maneiras diferentes. Pode-se escolher o ciclo único, onde a colher faz o movimento de alimentação completo apenas uma vez, o ciclo “Funcione enquanto apertado” em que a colher se move apenas quando o botão está apertado, o ciclo onde a colher não para, repetindo o ciclo de alimentação continuamente e, por fim, o ciclo que começa com um giro do prato e prossegue com o ciclo de alimentação.

O sistema é alimentado por corrente direta à 12V. O preço ainda não foi fornecido pelo fabricante

### 4.3 Secom My Spoon



Figura 3 – Secom My Spoon

Fonte: (MY..., 2016)

O alimentador My Spoon foi projetado para indivíduos com problemas para se alimentar devido à deficiências ou dificuldades em geral, o equipamento permite ao usuário comer a maioria dos alimentos quotidianos com ajuda mínima de terceiros.

O usuário senta na vertical para ser alimentado e a base do equipamento fica na mesa, próxima à um prato com quatro compartimentos e um braço levanta a comida até a boca do usuário. O aparato pode operar no modo manual, semi automático ou automático, com um joystick, botões ou combinação de botões/joystick.

O produto é alimentado com uma tensão de 100V em corrente alternada. A unidade de base mede 25 x 37 x 28cm e pesa 6kg. O preço ainda não foi fornecido pelo fabricante.

## 5 PROPOSTAS DE SOLUÇÕES

Para projetar o aparelho proposto, a primeira ação necessária é a elaboração de um mecanismo capaz de realizar a função desejada. Posteriormente será necessário decidir o número e a posição dos sensores e atuadores para que então seja possível a modelagem matemática do sistema e seu posterior projeto de controle.

Nessa seção encontram-se algumas ideias para mecanismos que atendam à função desejada para o equipamento final.

### 5.1 Mecanismo 1

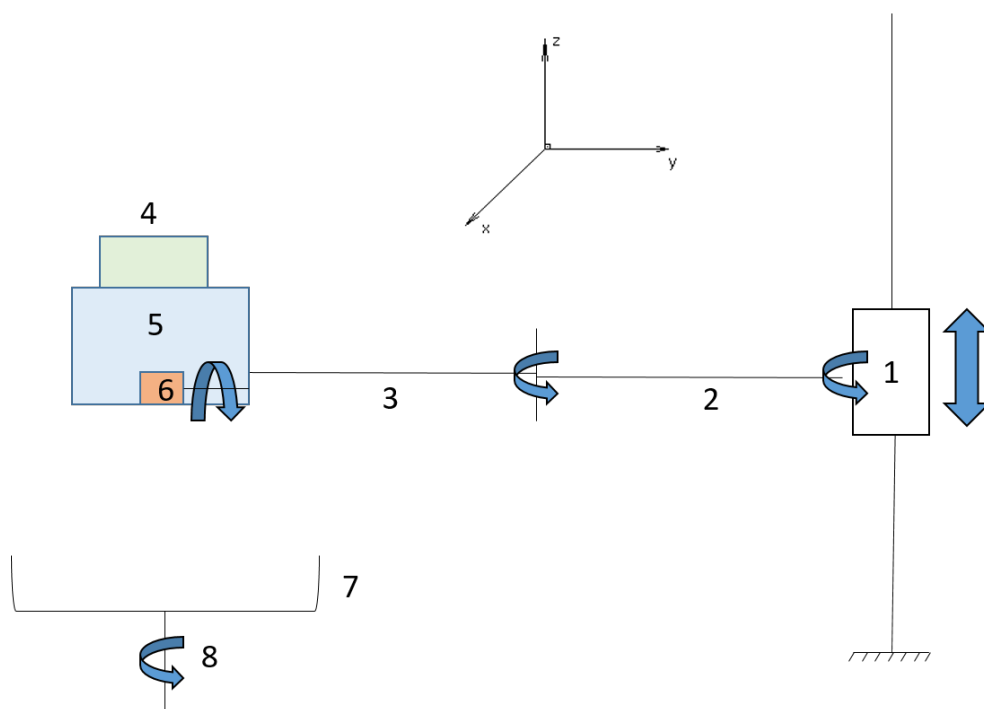


Figura 4 – Representação esquemática do Mecanismo 1

Fonte: Autor

A solução disposta na Figura 4 pode ser descrita como uma plataforma de movimento vertical (1) ligada à uma haste que pode realizar rotação no eixo Z (2) e que possui, ligada à ela, outra haste que também pode realizar rotação em torno do eixo Z (3). No final do braço formado pelas duas hastes existe um compartimento (5) onde pode ser encaixada uma colher (6), que, por sua vez, pode realizar rotação em torno

do eixo Y. Já o prato (7) será acoplado à uma plataforma com movimento giratório em torno do eixo Z (8).

A ideia inicial para o sensoriamento é uma câmera (4) que enviaria a imagem capturada à um dispositivo do usuário (computador, smartphone) e através do processamento da imagem seria definida a posição do sistema.

## 5.2 Mecanismo 2

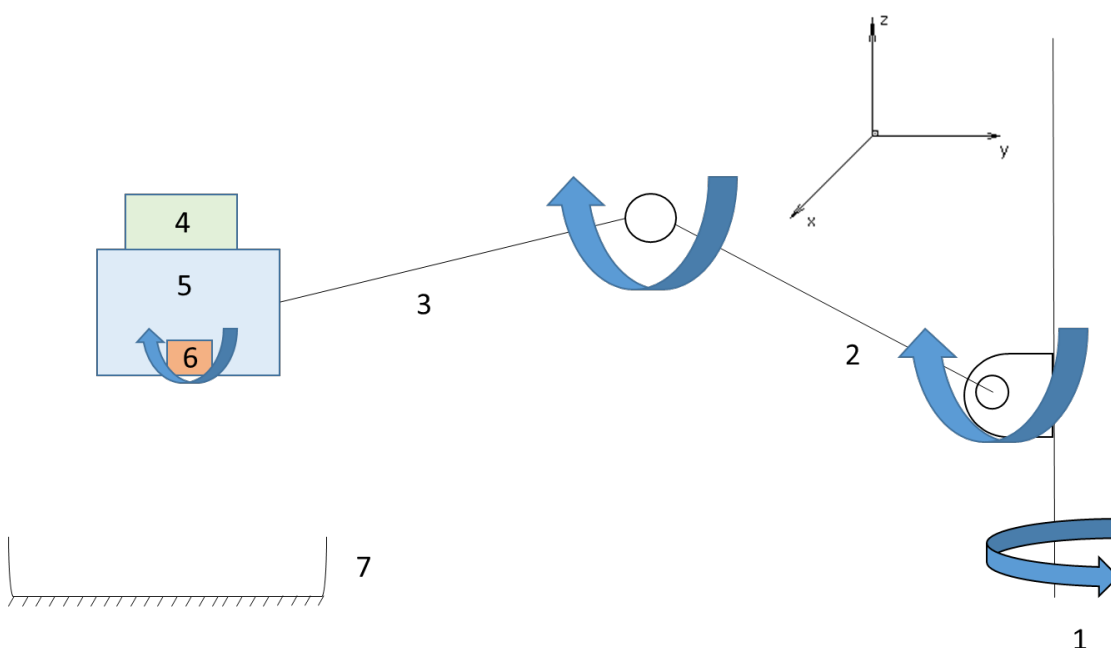


Figura 5 – Representação esquemática do Mecanismo 2

Fonte: Autor

A solução disposta na Figura 5 pode ser descrita como um eixo vertical (1) que rotaciona em torno de Z ligado à uma haste (2) que rotaciona em torno de X e está ligada à uma segunda haste (3) que também rotaciona em torno de X. Ao final do braço encontra-se uma plataforma (5) onde pode ser encaixada uma colher (6), que, por sua vez, pode rotacionar em torno de X. Nessa montagem o prato (7) ficaria em repouso e o braço mecânico é que teria a função de ir até o alimento situado em diferentes locais do prato.

Quanto ao sensoriamento, a ideia inicial é a mesma do Mecanismo 1, onde utiliza-se uma câmera e a imagem capturada é enviada à dispositivos de processamento para a obtenção da posição do sistema e a continuidade do processo de controle.



### 5.3 Mecanismo 3

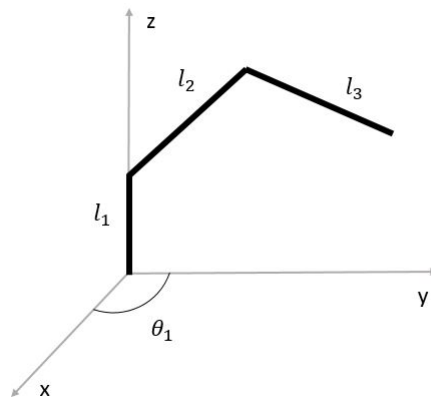


Figura 6 – Representação esquemática 3D do Mecanismo 3

Fonte: Autor

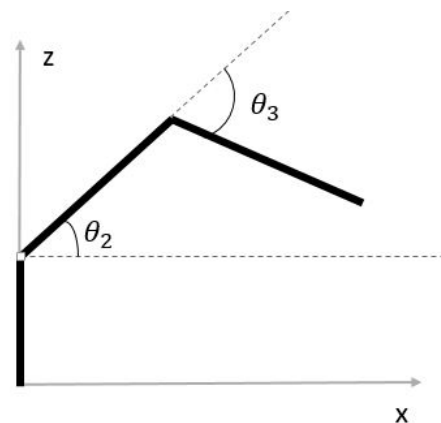


Figura 7 – Representação esquemática no plano XZ do Mecanismo 3

Fonte: Autor

A solução disposta na Figura 6 e na Figura 7 é um mecanismo 3R. A parte definida como  $l_1$  rotaciona na direção do eixo Z, dando origem ao ângulo  $\theta_1$  e as partes  $l_2$  e  $l_3$  rotacionam perpendicularmente ao eixo Z, dando origem aos ângulos  $\theta_2$  e  $\theta_3$ . Um modelo similar ao proposto foi usado por Suzuki em (SUZUKI et al., 2015).

Uma colher deverá ser encaixada no final do trecho  $l_3$  e deverá existir uma plataforma para que os pratos sejam colocados, de maneira separada ao sistema principal, representado nas figuras.

## 6 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática de sistemas mecânicos é feita, em geral, através de duas técnicas: o princípio do trabalho virtual ou as equações de Lagrange.

### 6.1 O princípio do trabalho virtual para uma partícula

Consideremos uma partícula de massa  $m$ , submetida a um campo de forças  $\vec{X}$ , com componentes  $X_i$  em um referencial inercial. A dinâmica de equilíbrio da partícula pode ser expressada na forma de d'Alembert:

$$m\ddot{u}_i - X_i = 0 \quad \text{com } i = 1, 2, 3 \quad (6.1)$$

Onde  $u_i$  representa o deslocamento da partícula. Podemos imaginar que a partícula segue uma trajetória de movimento  $u_i^*$  durante o intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$ , diferente do seu deslocamento real.

Isso permite definir o deslocamento virtual da partícula pela relação  $\delta u_i = u_i^* - u_i$ .

Pela definição em si, o deslocamento virtual é arbitrário no intervalo de tempo proposto. Feito isso, é possível multiplicar as equações de equilíbrio dinâmico pelo deslocamento virtual e somar os componentes, ficando:

$$\sum_{i=1}^3 (m\ddot{u}_i - X_i) \delta u_i = 0 \quad (6.2)$$

Essa expressão representa o produto escalar das forças agindo na partícula e o deslocamento virtual, ou seja, representa a projeção de equilíbrio na direção desse deslocamento.

Se essa equação é satisfeita para todos os deslocamentos virtuais, então a trajetória satisfaz o equilíbrio dinâmico em todas as direções.

### 6.2 O princípio do trabalho virtual para N partículas

Cada partícula  $k$  de um sistema de  $N$  partículas com massa  $m_k$  deve satisfazer a equação de equilíbrio dinâmico:

$$m\ddot{u}_{ik} - X_{ik} - R_{ik} = 0 \quad \text{com } i = 1, 2, 3 \text{ e } k = 1, \dots, N \quad (6.3)$$

Em que  $X_{ik}$  são os componentes conhecidos das forças externas e  $R_{ik}$  são as reações desconhecidas resultadas de restrições cinemáticas impostas ao sistema.

Cada partícula  $k$  apresenta uma equação de deslocamento virtual como a apresentada para o caso de uma única partícula.

O princípio do trabalho virtual consiste em projetar as equações de equilíbrio dinâmico nos deslocamentos virtuais e somando as partículas:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^3 (m_{ik} \ddot{u}_{ik} - X_{ik} - R_{ik}) \delta u_{ik} = 0 \quad (6.4)$$

Podem ser definidas restrições holonômicas, que são aquelas que formam uma relação implícita do tipo  $f(\zeta_{ik}, t) = 0$  e relaciona posições de partículas.

Se a relação acima não é dependente de tempo, as restrições são chamadas de escleronômicas.

Um vínculo holonômico reduz em um o número de graus de liberdade do sistema.

Exemplo 1: O pêndulo duplo

Consideremos um pêndulo da Figura 6 O sistema é formado por duas massas. O movimento é restrito em 2D, então a cinemática é descrita pelos quatro componentes instantâneos de posição  $\zeta_{ik}$ . Os dois vínculos holonômicos aplicados ao sistema expressam dois invariantes do sistema:

$$\zeta_{11}^2 + \zeta_{21}^2 = l_1^2 \quad (6.5)$$

$$(\zeta_{12} - \zeta_{11})^2 + (\zeta_{22} - \zeta_{21})^2 = l_2^2 \quad (6.6)$$

Sendo assim, o sistema pode ser descrito com  $4 - 2 = 2$  coordenadas generalizadas.

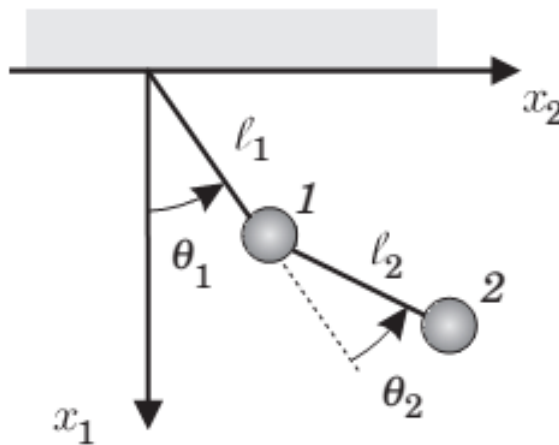


Figura 8 – Representação esquemática de um pêndulo duplo

Fonte: (RIXEN, 2015)

Podemos adotar os dois ângulos de rotação pêndulo:  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

$$\zeta_{11} = l_1 \cos \theta_1 \quad (6.7)$$

$$\zeta_{21} = l_1 \sin \theta_1 \quad (6.8)$$

$$\zeta_{12} = \zeta_{11} + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (6.9)$$

$$\zeta_{22} = \zeta_{21} + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (6.10)$$

Pegando a variação dessas relações:

$$\begin{bmatrix} \delta u_{11} \\ \delta u_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & 0 \\ l_1 \cos \theta_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta u_{12} \\ \delta u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix}$$

Chamando de  $F_1$  e  $F_2$  as forças efetivamente aplicadas nas massas 1 e 2, respectivamente, o princípio do trabalho virtual pode ser escrito como:

$$\delta u_1 F_1 + \delta u_2 F_2 = 0 \quad (6.11)$$

Então:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \delta \theta_1 & \delta \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \ddot{u}_{11} - mg \\ m_1 \ddot{u}_{21} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \delta \theta_1 & \delta \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_2 \ddot{u}_{12} - mg \\ m_2 \ddot{u}_{22} \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

Sabendo que essa equação pode ser usada para quaisquer  $\delta \theta_1$  ou  $\delta \theta_2$ , podemos eliminar as matrizes respectiva aos deslocamentos da equação, ficando com:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \ddot{u}_{11} - mg \\ m_1 \ddot{u}_{21} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_2 \ddot{u}_{12} - mg \\ m_2 \ddot{u}_{22} \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

### 6.3 Equações de Lagrange

O princípio dos deslocamentos virtuais é um dos métodos que pode ser usado para obtenção das equações de movimento de um sistema, porém, como visto no exemplo anterior, ele exige uma série de manipulações matemáticas e para alguns problemas isso pode ser problemático.

As equações de Lagrange são um método diferente de obter as equações do sistema em termos de coordenadas generalizadas. Elas envolvem a energia do sistema, que frequentemente facilita a obtenção das equações de movimento.

Definimos a energia cinética de um sistema de N partículas como:

$$T \triangleq \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^3 m_k \dot{u}_{ik}^2 \quad (6.12)$$

Quando combinadas com as possíveis formas de energia potencial do sistema e levando em conta que as forças de inércia associadas a um deslocamento podem ser derivadas dessas equações, temos a equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} + \frac{\partial V}{\partial q_s} - Q_s^{nconservativas} = 0 \quad s = 1, \dots, n \quad (6.13)$$

Usando as equações de Lagrange a construção das equações de movimento pode ser automatizada através de softwares.

### 6.4 Modelagem da solução escolhida

A proposta escolhida foi o Modelo 3, por possuir um número menor de graus de liberdade e constituir uma solução potencialmente mais barata e mais fácil de ser trabalhada. Já existem no mercado inúmeros exemplares de mecanismos 3R, como o proposto, porém a maioria deles é empregado na indústria e não como uma ferramenta assistiva para pessoas debilitadas.

#### 6.4.1 Cinemática direta

Utilizando cinemática direta é possível obter a posição da extremidade efetora através das posições das juntas rotativas, ou seja, é possível obter  $x, y$  e  $z$  conhecendo  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$ .

O resultado do equacionamento direto pode ser visto em 6.14 6.15 6.16.

$$x = (l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)) \cos \theta_1 \quad (6.14)$$

$$y = (l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)) \sin \theta_1 \quad (6.15)$$

$$z = l_1 + l_2 \sin \theta_2 - l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (6.16)$$

### 6.4.2 Cinemática inversa

Utilizando cinemática inversa, obtém-se as posições das juntas rotativas ao conhecer a posição da extremidade efetora, ou seja, é possível obter  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  conhecendo  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

O resultado do equacionamento inverso pode ser visto em 6.17 6.18 6.19.

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (6.17)$$

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{z - l_1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_3 \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}\right)^2}}{l_2 + l_3 \left(\frac{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}\right)}\right) \quad (6.18)$$

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - \left(\frac{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}\right)^2}}{\frac{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}}\right) \quad (6.19)$$

### 6.4.3 Equações de movimento

Tendo as equações da cinemática direta do sistema (6.14, 6.15 e 6.16) é possível derivá-las para a obtenção das equações de movimento.

As equações de movimento podem ser representadas no espaço de estados e posteriormente será adicionado um sistema de controle ao conjunto.

## 7 CONCLUSÕES E PRÓXIMAS ETAPAS

A revisão bibliográfica e a pesquisa sobre a tecnologia existente na área revelaram que, de fato, há ainda um grande potencial para que o projeto tenha impacto, visto que os produtos já existentes são caros e, portanto, não são acessíveis para a população mais carente.

Algumas soluções foram propostas e a escolha para a continuação do projeto é o modelo 3, representado na Figura 6. As equações cinemáticas do modelo foram desenvolvidas de forma direta e inversa. Os próximos passos consistirão em derivar as equações cinemáticas para a obtenção das equações de movimento e então definir métodos para o controle do sistema e acertar parâmetros para otimizar seu desempenho. Simulações deverão ser feitas para verificar as condições de resposta do sistema, guiando seu aprimoramento até o ponto onde os resultados forem satisfatórios.

## Referências

FLEURY, A. *Introdução à teoria de controle*. [S.l.], 2004.

MEALTIME Partners. 2016. Disponível em: [http://www.mealtimepartners.com/products/online\\_store.htm](http://www.mealtimepartners.com/products/online_store.htm).

MY Spoon. 2016. Disponível em: <http://www.secom.co.jp/english/myspoon/index.html>.

NEATER Eater. 2016. Disponível em: <http://www.neater.co.uk/eating-aid>.

RIXEN, D. J. *Engineering Dynamics*. [S.l.], 2015.

SUZUKI, R.; MAEDA, K.; KOBAYASHI, N.; HOFER, E. P. Integrated meal support system for upper limb disabilities. In: . [S.l.: s.n.], 2015.